

# CONTOH PENERAPAN TURUNAN DALAM OPTIMASI DI BIDANG EKONOMI

## **Contoh 1**

Biaya total yang timbul untuk memproduksi barang sebanyak Q unit adalah  $TC = (0,4 Q^2 + 500 Q + 16000)$  rupiah. Berapa banyak yang harus diproduksi agar biaya rata-rata mencapai nilai minimum.

**Jawab:**

$$\text{Biaya total: } TC = 0,4 Q^2 + 500 Q + 16000$$

$$\text{Biaya rata-rata: } AC = \frac{TC}{Q}$$

$$\text{Sehingga } AC = \frac{0,4 Q^2 + 500 Q + 16000}{Q} = 0,4 Q + 500 + \frac{16000}{Q}$$

$$AC = 0,4 Q + 500 + 16000 Q^{-1}$$

Mencari titik stasioner

$$AC' = 0,4 - 16000 Q^{-2}$$

$$AC' = 0$$

$$0,4 - 16000 Q^{-2} = 0$$

$$0,4 Q^2 - 16000 = 0$$

$$Q^2 - 40000 = 0$$

$$Q_1 = -200 \quad Q_2 = 200$$

Karena  $Q \geq 0$ , pilih akar persamaan  $Q = 200$

### Uji turunan kedua

$$AC'' = 32000 Q^{-3}$$

$$AC''(200) = 32000 \cdot (200)^{-3} > 0$$

Karena  $AC''(200) > 0$ ,  $Q = 200$  akan memberikan nilai minimum lokal bagi AC.

Jadi, agar diperoleh biaya rata-rata yang minimum, harus diproduksi barang sebanyak 200 unit.

### Menentukan nilai ekstrim lokal

$$AC = 0,4 Q + 500 + 16000 Q^{-1}$$

$$AC_{\min} = AC(200) = 0,4 \cdot (200) + 500 + 16000 \cdot (200)^{-1} = 80 + 500 + 80 = 560$$

Jadi, biaya rata-rata minimum adalah Rp 560/unit.

### **Contoh 2**

Biaya total yang timbul untuk memproduksi barang sebanyak  $Q$  unit adalah  $TC = 0,5 Q^3 - 15Q^2 + 480Q + 750$  (dalam rupiah). Berapa banyak yang harus diproduksi agar biaya marginal mencapai nilai minimum. Berapa besarnya biaya marginal minimum tersebut?

**Jawab:**

$$\text{Biaya total: } TC = 0,5 Q^3 - 15Q^2 + 480Q + 750$$

$$\text{Biaya marginal: } MC = TC'$$

$$\text{sehingga } MC = 1,5 Q^2 - 30 Q + 480$$

### Mencari titik stasioner

$$MC' = 3Q - 30$$

$$MC' = 0$$

$$3Q - 30 = 0$$

$$Q = 10$$

### Uji turunan kedua

$MC'' = 3$  (fungsi konstan)

$MC''(10) = 3 > 0$

Karena  $MC''(10) > 0$ ,  $Q = 10$  akan memberikan nilai MC yang minimum.

Jadi, agar biaya marjinal minimum, banyaknya barang yang harus diproduksi adalah 10 unit.

### Menentukan nilai ekstrim lokal

$MC = 1,5 Q^2 - 30 Q + 480$

$MC_{\min} = 1,5.(10)^2 - 30.(10) + 480 = 330$

Jadi, biaya marjinal minimumnya adalah Rp 330/unit.

### **Contoh 3**

Diketahui fungsi permintaan  $P = (100 - 2Q)$  Rp/unit. Tentukan banyaknya barang yang harus diproduksi agar diperoleh penerimaan total ( $TR = Total Revenue$ ) yang maksimum.

#### ***Jawab:***

Fungsi permintaan:  $P = 100 - 2Q$

Penerimaan Total:  $TR = PQ$

sehingga  $TR = (100 - 2Q).Q$

$TR = 100 Q - 2Q^2$

### Mencari titik stasioner

$TR' = 100 - 4Q$

$TR' = 0$

$100 - 4Q = 0$

$$Q = 25$$

### Uji turunan kedua

$$TR'' = -4 \text{ (fungsi konstan)}$$

$$TR''(25) = -4 < 0$$

Karena  $TR''(25) < 0$ ,  $Q = 25$  akan memberikan nilai TR yang maksimum.

Jadi, agar penerimaan total maksimum, banyaknya barang yang harus diproduksi adalah 25 unit.

### Menentukan nilai ekstrim lokal

$$TR = 100Q - 2Q^2$$

$$TR_{\text{maks}} = 100 \cdot (25) - 2(25)^2 = 2500 - 1250 = 1250$$

Jadi, penerimaan total maksimumnya adalah Rp 1250.

### **Contoh 4**

Diketahui fungsi permintaan  $P = 216 - 3Q$  dan fungsi biaya total  $TC = 0,08Q^3 - 3Q^2 + 120Q + 200$ .  $P$  dalam Rp/unit, dan  $TC$  dalam Rp. Berapa banyak barang yang harus diproduksi dan terjual agar perusahaan mendapatkan laba maksimum? Berapa laba maksimum tersebut?

#### **Jawab:**

$$TC = 0,08Q^3 - 3Q^2 + 120Q + 200$$

$$P = 216 - 3Q \text{ sehingga } TR = PQ = (216 - 3Q) \cdot Q = 216Q - 3Q^2$$

$$\text{Laba: } \pi = TR - TC$$

$$\text{Sehingga } \pi = (216Q - 3Q^2) - (0,08Q^3 - 3Q^2 + 120Q + 200)$$

$$\pi = -0,08Q^3 + 96Q - 200$$

### Mencari nilai stasioner

$$\pi' = -0,24Q^2 + 96$$

$$\pi' = 0$$

$$-0,24 Q^2 + 96 = 0$$

$$Q^2 - 400 = 0$$

$$Q_1 = -20 \quad Q_2 = 20$$

Karena  $Q \geq 0$ , pilih  $Q = 20$

### Uji turunan kedua

$$\pi' = -0,24Q^2 + 96$$

$$\pi'' = -0,48 Q$$

$$\pi''(20) = -0,48 \cdot 20 = -9,6 < 0$$

Karena  $\pi''(20) < 0$ ,  $Q = 20$  akan memberikan laba yang maksimum

Jadi, agar laba maksimum, harus diproduksi dan terjual sebanyak 20 unit barang.

### Mencari nilai ekstrim lokal

$$\pi = -0,08 Q^3 + 96 Q - 200$$

$$\pi_{\text{maks}} = -0,08 \cdot (20)^3 + 96 \cdot (20) - 200 = 1080$$

Jadi, laba maksimum yang dapat diraih adalah Rp 1080.