

MENGHITUNG KOMBINASI

Notasi Faktorial

$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 1$.

dengan ketentuan $0! = 1$ dan $1! = 1$

Contoh-contoh:

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

Notasi faktorial tersebut akan digunakan dalam rumus kombinasi berikut ini.

Kombinasi

Kombinasi r buah unsur berbeda yang diambil dari sekumpulan n buah unsur berbeda, dilambangkan dengan ${}_n C_r$, adalah:

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \text{ dengan } r, n \in \{0, 1, 2, 3, \dots\} \text{ dan } r \leq n$$

Catatan: Notasi yang lain tapi sama artinya dengan ${}_n C_r$ adalah $\binom{n}{r}$. Jadi, ${}_n C_r = \binom{n}{r}$.

Contoh-contoh:

$${}_4 C_2 = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)} = 6$$

$${}_5 C_3 = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (2 \cdot 1)} = 10$$

$${}_{15} C_5 = \binom{15}{5} = \frac{15!}{5! \cdot 10!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot (10!)}{(5!) \cdot (10!)} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 3003$$

$$\text{Note: } 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot (10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \\ = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot (10!)$$

$${}_3 C_3 = \frac{3!}{3! \cdot 0!} = \frac{3!}{3! \cdot 1} = 1$$

$${}_6 C_5 = \binom{6}{5} = \frac{6!}{5! \cdot 1!} = \frac{6 \cdot (5!)}{5! \cdot 1} = 6$$

Beberapa sifat kombinasi yang sering berguna dalam perhitungan adalah:

1. ${}_n C_n = {}_n C_0 = 1$
2. ${}_n C_{n-1} = {}_n C_1 = n$
3. ${}_n C_r = {}_n C_{n-r}$

Contoh-contoh:

1. ${}_7 C_7 = 1$ dan ${}_7 C_0 = 1$
2. ${}_9 C_8 = 9$ dan ${}_9 C_1 = 9$
3. ${}_{13} C_7 = {}_{13} C_6$

Beberapa rumus lainnya adalah sebagai berikut:

$$\sum_{r=0}^n \binom{n}{r} = 2^n \quad : \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 2^4 = 16 \quad (\text{Periksalah!})$$

$$\sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{n}{r} = 0 \quad : \binom{4}{0} - \binom{4}{1} + \binom{4}{2} - \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 0 \quad (\text{Periksalah!})$$